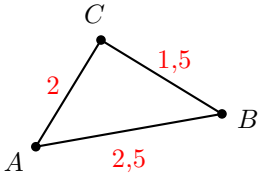
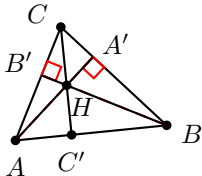
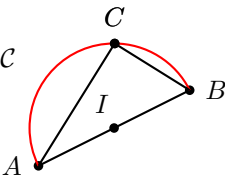
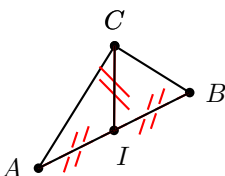
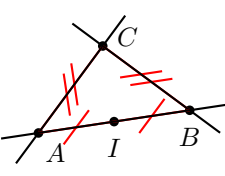
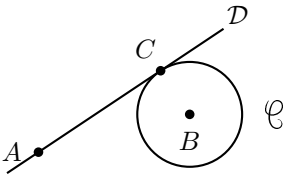
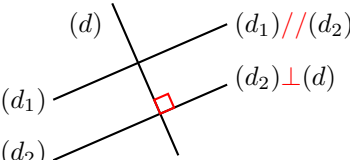
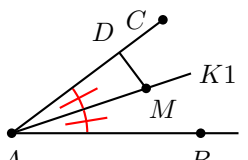


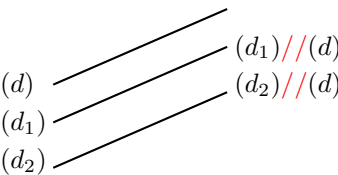
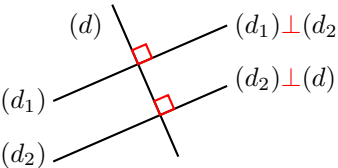
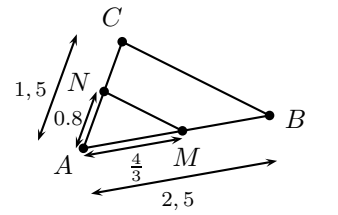
Comment démontrer que deux droites sont **perpendiculaires** ?

Utilisons	On sait que (hypothèses)	or ...(propriété, définition)	donc ...(conclusion)
Réciproque de Pythagore 	$AB^2 = BC^2 + CA^2$	Si dans un triangle le carré de la longueur de plus grand côté est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est l'angle opposé au plus grand côté.	Le triangle ABC est rectangle en C.
orthocentre 	H est le point d'intersection de deux hauteurs du triangle ABC. H est donc l'orthocentre	Si une droite passe par un sommet du triangle et l'orthocentre alors elle est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.	les droites (CH) et (AB) sont perpendiculaires
Cercle circonscrit 	C est un point du cercle de diamètre [AB]	Si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle alors ce triangle est rectangle et l'angle droit est opposé au diamètre du cercle.	Le triangle ABC est rectangle en C
Médiane 	[CI] est une médiane du triangle ABC et $CI = AI = IB = \frac{AB}{2}$	Si dans un triangle la médiane issue d'un sommet mesure la moitié du côté opposé Alors ce triangle est rectangle.	Le triangle ABC est rectangle en C
Médiatrice 	$CA = CB$ $IA = IB$	Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors il est sur la médiatrice d'un segment	(CI) est la médiatrice de [AB] donc (CI) est perpendiculaire à (AB)

Comment démontrer que deux droites sont **perpendiculaires** ?

tangente à un cercle 	La droite $\mathcal{D}$ est tangente au cercle $\mathcal{C}$ au point C.	Si une droite est tangente en A à un cercle de centre O alors elle est perpendiculaire à la droite (AO)	$(\mathcal{D})$ et (AC) sont perpendiculaires
	Les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. La droite (d) est perpendiculaire à (d_2)	Si deux droites sont parallèles et si une troisième est perpendiculaire à l'une alors elle est perpendiculaire à l'autre.	Les droites (d) et (d_1) sont perpendiculaires.
bissectrice d'un angle 	M est un point sur la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$	Si un point est sur la bissectrice d'un angle alors il est équidistant des côtés de cet angle	$OH=OK$ (OH) et (HM) sont perpendiculaires (OK) et (HM) sont perpendiculaires

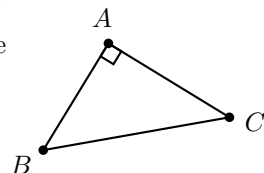
Comment démontrer que deux droites sont **parallèles** ?

Utilisons	On sait que (hypothèses)	or ...(propriété, définition)	donc ...(conclusion)
 (d) $(d_1) // (d)$ $(d_2) // (d)$	(d_1) parallèle à (d) et (d_2) est parallèle à (d)	si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles	(d_1) et (d_2) sont parallèles entre elles
 (d) $(d_1) \perp (d)$ $(d_2) \perp (d)$	(d_1) perpendiculaire à (d) et (d_2) est perpendiculaire à (d)	si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles	(d_1) et (d_2) sont parallèles
réciroque de Thales 	Si ABC et AMN sont deux triangles avec : → A est un sommet commun → $M \in [AB], N \in [AC]$ → $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$ On peut aussi remplacer la dernière condition par $\frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN}$	D'après la réciproque du théorème de Thales.	Alors on a $(MN) // (BC)$

1 Le théorème de Pythagore

Théorème : Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Si ABC est rectangle en A alors $BC^2 = BA^2 + AC^2$.

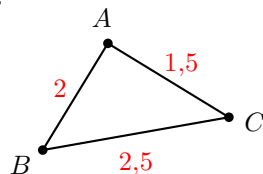


Utilisation : Calculer la longueur d'un côté connaissant les deux autres.

Réciproque : Si le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres, alors le triangle est rectangle.

Si BC^2 est égal à $BA^2 + AC^2$ alors ABC est rectangle en A .

Utilisation : Démontrer qu'un triangle est rectangle.

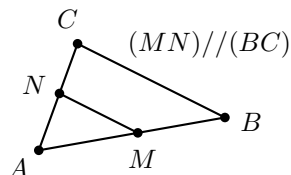


2 Le théorème de Thalès

Théorème : Si deux triangles ont un sommet commun et des côtés appartenant à la même droite ou parallèles, alors les mesures des côtés des deux triangles sont proportionnelles.

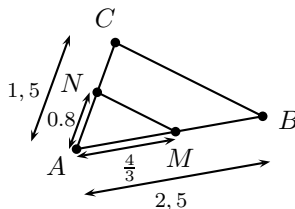
Si ABC et AMN sont deux triangles avec :

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow A \text{ est un sommet commun} \\ \rightarrow M \in [AB], N \in [AC] \\ \rightarrow (MN) \parallel (BC) \end{array} \right\} \text{ Alors on a } \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$



Réciproque : Si deux triangles ont un sommet commun, deux côtés respectivement appartenant à la même droite et de longueur proportionnelles, alors les deux autres côtés sont parallèles.

Si ABC et AMN sont deux triangles avec :



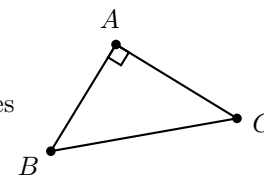
$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow A \text{ est un sommet commun} \\ \rightarrow M \in [AB], N \in [AC] \\ \rightarrow \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} \end{array} \right\} \text{ Alors on a } (MN) \parallel (BC)$$

On peut aussi remplacer la dernière condition par $\frac{AB}{AM} = \frac{BC}{MN}$

3 La trigonométrie

Dans un triangle rectangle, on a les relations trigonométriques suivantes :

$$\begin{array}{ll} \rightarrow \sin(\alpha) = \frac{\text{Côté opposé de } \alpha}{\text{Hypothénuse}} & \text{Exemple : } \sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} \\ \rightarrow \cos(\alpha) = \frac{\text{Côté adjacent de } \alpha}{\text{Hypothénuse}} & \text{Exemple : } \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \\ \rightarrow \tan(\alpha) = \frac{\text{Côté opposé de } \alpha}{\text{Côté adjacent de } \alpha} & \text{Exemple : } \tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} \end{array}$$

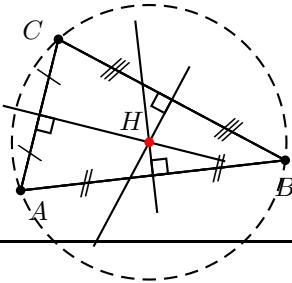


4 Les droites remarquables dans un triangle

4.1 Médiatrices

Définition:

La **médiatrice** d'un segment passe par le milieu de ce segment et est perpendiculaire à ce segment.



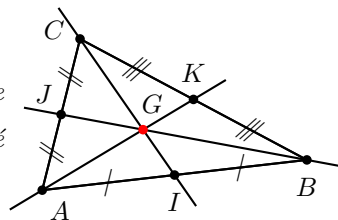
Propriété:

- Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes.
- L'intersection des médiatrices est le centre du cercle circonscrit.
- Le cercle circonscrit à un triangle est le cercle qui passe par ses trois sommets.

4.2 Les médianes

Définition:

La **médiane** d'un triangle est une droite qui passe par un sommet du triangle et le milieu de son côté opposé.



Propriété:

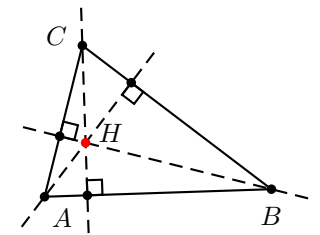
Propriétés dans le triangle :

- Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.
- L'intersection des médianes est le centre de gravité du triangle.

4.3 Les hauteurs

Définition:

La hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire à son côté opposé.



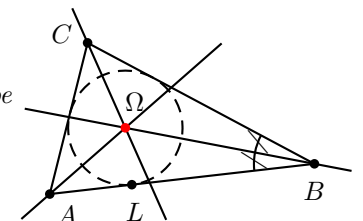
Propriété:

- Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.
- L'intersection des hauteurs est l'orthocentre.

4.4 Les bissectrices

Définition:

La bissectrice d'un angle est la droite qui coupe l'angle en deux angles de même mesure.



Propriété:

- Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes.
- L'intersection des bissectrices est le centre du cercle inscrit.